



**Частное учреждение профессионального образования
«Высшая школа предпринимательства»
(ЧУПО «ВШП»)**

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.02 «Финансовая математика»

для специальности среднего профессионального образования:

38.02.07 Банковское дело

Квалификация базовой подготовки: **специалист банковского дела**

ПРИНЯТО

Протокол заседания педагогического
совета ЧУПО «ВШП»

№ 01 от «30» августа 2021 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор ЧУПО «ВШП»
Директор Аллабян М.Г.



Документ подписан электронной цифровой подписью
VSHR EDS GEN 1, уникальный ключ документа:

3654-41C9-315A-DADB

Организация: ЧУПО «ВШП», ИНН: 6950196440
Дата подписания: 04.10.2021 12:19 MSK
Подписал: Лукичёва К. А.

Тверь, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

| | стр. |
|---|------|
| 1. ПАСПОРТ ПРИМЕРНОЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 4 |
| 2. СТРУКТУРА И ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 6 |
| 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 10 |
| 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 11 |

1. ПАСПОРТ ПРОГРАММЫ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Финансовая математика.

1.1. Область применения программы.

Программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальностям СПО 080110 «Банковское дело».

1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина «Финансовая математика» относится к циклу Б.2.2 Математический и естественнонаучный цикл, Вариативная часть. Входные знания, умения и компетенции студентов должны соответствовать дисциплинам «Математика», «Теория вероятностей и математической статистики». Дисциплина «Финансовая математика» является предшествующей для следующих дисциплин: «Методы принятия управленческих решений», «Маркетинг», «Учет и анализ (финансовый учет, управленческий учет, финансовый анализ)», «Стратегический менеджмент», «Финансовый менеджмент», «Инвестиционный менеджмент», «Финансовые рынки», «Международный финансовый менеджмент», «Риск-менеджмент», «Корпоративные финансы и ценные бумаги», «Международное валютно-финансовое обращение и регулирование», «Модели стратегического анализа / Стратегический инновационный менеджмент», «Финансовый менеджмент в управлении предприятиями и организациями», «Международный финансовый менеджмент», «Организация финансирования деятельности предприятия», «Финансовое планирование и основы бюджетирования».

1.3. Цели и задачи учебной дисциплины – требования к результатам освоения учебной дисциплины.

Получение базовых знаний и формирование основных навыков по финансовой математике, формирование у будущих специалистов твердых теоретических знаний и практических навыков по использованию современных экономико-математических методов и моделей при анализе, расчете и прогнозировании финансово-экономических показателей. Задачи курса – научить студентов методике и практике использования финансово-экономических расчетов при решении конкретных задач, в том числе при отсутствии достоверной статистической информации, проводить количественный анализ финансовых операций, строить модели количественных оценок, иметь навыки работы со специальной математической литературой.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и инструменты финансовой математики: виды процентных ставок и способы начисления процентов; формулы эквивалентности процентных ставок; методы расчета наращенных сумм в условиях инфляции;

виды потоков платежей и их основные параметры; методы расчета платежей при погашении долга; показатели доходности ценных бумаг; основы валютных вычислений.

Уметь: решать типовые математические задачи, возникающие при анализе финансовых операций; использовать математический язык и математическую символику при проведении финансово-экономических расчетов; выполнять расчеты, связанные с начислением простых и сложных процентов;

корректировать финансово-экономические показатели с учетом инфляции; рассчитывать суммы платежей при различных способах погашения долга; вычислять параметры финансовой ренты; производить вычисления, связанные с проведением валютных операций.

1.4. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

| № п\п | Наименование компетенции | Код компетенции |
|-------|--|-----------------|
| 1. | Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. | ОК-2 |
| 2. | Осуществлять расчетно-кассовое обслуживание клиентов. | ПК-1.1 |
| 3. | Осуществлять безналичные платежи с использованием различных форм расчетов в национальной и иностранной валютах. | ПК-1.2 |
| 4. | Осуществлять расчетное обслуживание счетов бюджетов различных уровней. | ПК-1.3 |
| 5. | Осуществлять межбанковские расчеты. | ПК-1.4 |

| | | |
|-----|---|--------|
| 6. | Осуществлять международные расчеты по экспортно-импортным операциям. | ПК-1.5 |
| 7. | Обслуживать расчетные операции с использованием различных видов платежных карт. | ПК-1.6 |
| 8. | Оценивать кредитоспособность клиентов. | ПК-2.1 |
| 9. | Осуществлять и оформлять выдачу кредитов. | ПК-2.2 |
| 10. | Осуществлять сопровождение выданных кредитов. | ПК-2.3 |
| 11. | Проводить операции на рынке межбанковских кредитов. | ПК-2.4 |
| 12. | Формировать и регулировать резервы на возможные потери по кредитам. | ПК-2.5 |

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Уметь: выполнять расчеты, связанные с начислением простых и сложных процентов; корректировать финансово-экономические показатели с учетом инфляции; рассчитывать суммы платежей при различных способах погашения долга; вычислять параметры финансовой ренты; производить вычисления, связанные с проведением валютных операций; (ПК-1.1, ПК-1.3, ПК-1.4, ПК-2.1, ПК-2.3, ПК-2.5);

2) Знать: виды процентных ставок и способы начисления процентов; формулы эквивалентности процентных ставок; методы расчета наращенных сумм в условиях инфляции; виды потоков платежей и их основные параметры; методы расчета платежей при погашении долга; показатели доходности ценных бумаг; основы валютных вычислений; (ОК-2, ПК-1.2, ПК-2.2, ПК-2.4).

1.5. Рекомендуемое количество часов на освоение примерной программы учебной дисциплины.

максимальной учебной нагрузки обучающегося 90 часов, в том числе:

обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 60 часов;

самостоятельной работы обучающегося ___30___ часов.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Объем часов |
|---|--------------------|
| Максимальная учебная нагрузка (всего) | <i>90</i> |
| Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) | <i>60</i> |
| в том числе: | |
| лекции | <i>20</i> |
| практические занятия | <i>40</i> |
| контрольные работы | <i>6</i> |
| | |
| Самостоятельная работа обучающегося (всего) | <i>30</i> |
| в том числе: | |
| подготовка реферата | <i>5</i> |

| | |
|---|----|
| проработка конспектов занятий | 25 |
| Итоговая аттестация в форме зачёта | |

2.2 .Тематический план и содержание учебной дисциплины

Финансовая математика

| Наименование разделов и тем | Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся | Объем часов | Уровень освоения |
|--|---|-------------|------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Раздел 1. Модели расчета по простым процентным и учетным ставкам. | | 22 | |
| Тема 1.1. Простые процентные и учетные ставки | Содержание учебного материала | 4 | |
| | 1 Основные понятия финансовых вычислений. | | 1 |
| | 2 Время как фактор в финансовых расчетах. Принцип финансовой эквивалентности. | | 1 |
| | 3 Простые процентные и учетные ставки, связь между ними. | | 2 |
| | Лабораторные работы - не предусмотрены | | |
| | Практические занятия: Простые процентные и учетные ставки, соотношения между ними. Математическое и банковское дисконтирование. | 4 | |
| | Контрольная работа: не предусмотрена. | | |
| Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта лекций | 3 | | |
| Тема 1.2. Конверсия валюты и наращение | Содержание учебного материала | 2 | |
| | 1 Конверсия валюты и наращение процентов. | | 2 |
| | 2 Наращение и инфляция. | | 2 |

| | | | | |
|--|--|--|----|---|
| процентов. Наращение и инфляция. | Лабораторные работы – не предусмотрены | | | |
| | | Практические занятия: Конверсия валюты и наращение процентов. Наращение и инфляция. | 4 | |
| | | Контрольная работа № 1: Простые процентные и учетные ставки. Конверсия валюты и наращение процентов. Наращение и инфляция. | 2 | |
| | | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий, подготовка к контрольной работе по темам 1.1, 1.2. | 3 | |
| Раздел 2. Модели расчета по сложным процентным и учетным ставкам. | | | 22 | |
| Тема 2.1. Сложные процентные и учетные ставки. Номинальные и эффективные ставки. | Содержание учебного материала | | 4 | |
| | 1 | Сложные процентные и учетные ставки. | | 2 |
| | 2 | Номинальные и эффективные ставки. | | 2 |
| | Лабораторные работы – не предусмотрены | | | |
| | | Практические занятия: Сложные процентные ставки. Номинальные и эффективные ставки. Связь между простыми и сложными процентными ставками. | 4 | |
| | Контрольная работа – не предусмотрена | | | |
| | | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий | 3 | |
| Тема 2.2. Непрерывное начисление процентов и непрерывное дисконтирование. | Содержание учебного материала | | 2 | |
| | 1 | Непрерывное начисление процента и сила роста. | | 2 |
| | 2 | Непрерывное дисконтирование и сила дисконта. | | 2 |
| | Лабораторные работы – не предусмотрены | | | |
| | | Практические занятия: Дисконтирование по сложной процентной и учетной ставкам. Уравновешенная и относительная учетные ставки. Связь между простыми и сложными учетными ставками. | 4 | |

| | | | |
|--|--|----|---|
| | Контрольная работа № 2: Сложные процентные и учетные ставки. | 2 | |
| | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий, подготовка к контрольной работе по темам 2.1.,2.2. | 3 | |
| Раздел 3. Потоки платежей. | | 18 | |
| Тема 3.1. Финансовые ренты. | Содержание учебного материала | 4 | |
| | 1 Постоянная финансовая рента. | | 2 |
| | 2 Переменная финансовая рента. | | 2 |
| | Лабораторные работы – не предусмотрены | | |
| | Практические занятия: Расчет приведенной стоимости потока платежей. Постоянные финансовые ренты, расчет их характеристик. Переменные финансовые ренты с постоянным абсолютным и с постоянным относительным приростом членов. | 6 | |
| | Контрольная работа № 3: Финансовые ренты. | 2 | |
| | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий, подготовка к контрольной работе по теме 3.1. | 6 | |
| Раздел 4. Измерители финансовой эффективности инвестиций. | | 14 | |
| Тема 4.1. Показатели эффективности инвестиционного проекта. | Содержание учебного материала | 2 | |
| | 1 Чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности, срок окупаемости, индекс доходности. | | 2 |
| | 2 Свойства и взаимосвязь показателей эффективности инвестиционного проекта. | | 2 |
| | Лабораторные работы – не предусмотрены | | |

| | | | |
|---|--|-----------|---|
| | Практические занятия: Расчет показателей эффективности инвестиционного проекта. | 6 | |
| | Контрольная работа - не предусмотрена | | |
| | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий. | 6 | |
| Раздел 5. Риск и диверсификация | | 14 | |
| Тема 5.1. Риск и диверсификация. | Содержание учебного материала | 2 | |
| | 1 Риск и способы его компенсации. Дисперсия дохода портфеля ценных бумаг как оценка риска. | | 2 |
| | 2 Диверсификация как способ минимизации риска. | | 2 |
| | Лабораторные работы – не предусмотрены | | |
| | Практические занятия: Решение задач на анализ рисков | 6 | |
| | Контрольная работа - не предусмотрена | | |
| | Самостоятельная работа студентов: проработка конспекта занятий. | 6 | |
| Примерная тематика курсовой работы (проекта) (не предусмотрено) | | | |
| Самостоятельная работа студентов | | 30 | |
| Всего: | | 90 | |

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

Календарно-тематическое планирование учебной дисциплины «Финансовая математика»

| № урока | Наименование разделов и тем урока | Вид занятий и количество часов | Технические средства обучения | Домашнее задание (основная и дополнительная литература) | Внеаудиторная самостоятельная работа время на ее выполнение |
|----------------|--|---------------------------------------|--------------------------------------|--|--|
| | Раздел 1. Модели расчета по простым процентным и учетным ставкам. | | | | |
| | Тема 1.1. Простые процентные и учетные ставки | | | | |
| 1,2 | Основные понятия финансовых вычислений | ТЛ-4 | | Снастин А.А., п.1.1 | |
| 3 | Время как фактор в финансовых расчетах. Принцип финансовой эквивалентности | | | | |
| 4 | Простые процентные и учетные ставки, связь между ними. | | | | |

| | | | | | |
|-------------|--|------|----|------|---|
| 5,6,7,8 | Практические занятия: Простые процентные и учетные ставки, соотношения между ними. Математическое и банковское дисконтирование. | ПЗ-4 | ПК | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 3 |
| | Тема 1.2. Конверсия валюты и наращение процентов. Наращение и инфляция. | | | | |
| 9,10 | Конверсия валюты и наращение процентов. | ТЛ-2 | | Гл.6 | |
| | Наращение и инфляция. | | | | |
| 11,12,13,14 | Практические занятия: Конверсия валюты и наращение процентов. Наращение и инфляция. | ПЗ-4 | ПК | | |

| | | | | | |
|-------------|--|------|----|---------|---|
| 15,16 | Контрольная работа № 1: Простые процентные и учетные ставки. Конверсия валюты и наращение процентов. Наращение и инфляция | КР-2 | ПК | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 3 |
| | Раздел 2. Модели расчета по сложным процентным и учетным ставкам. | | | | |
| | Тема 2.1. Сложные процентные и учетные ставки. Номинальные и эффективные ставки | | | | |
| 17,18,19,20 | Сложные процентные и учетные ставки. | ТЛ-4 | | П.1.2.1 | |
| | Номинальные и эффективные ставки. | | | П.1.2.2 | |

| | | | | | |
|-------------|---|------|----|---------|---|
| 21,22,23,24 | Практические занятия: Сложные процентные ставки. Номинальные и эффективные ставки. Связь между простыми и сложными процентными ставками | ПЗ-4 | ПК | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 3 |
| | Тема 2.2. Непрерывное начисление процентов и непрерывное дисконтирование | | | | |
| 25,26 | Непрерывное начисление процента и сила роста. | ТЛ-2 | | П.1.2.4 | |
| | Непрерывное дисконтирование и сила дисконта. | | | П.3.2 | |

| | | | | | |
|-------------|---|------|----|-----------|---|
| 27,28,29,30 | Практические занятия: Дисконтирование по сложной процентной и учетной ставкам. Уравновешенная и относительная учетные ставки. Связь между простыми и сложными учетными ставками | ПЗ-4 | ПК | | |
| 31,32 | Контрольная работа № 2: Сложные процентные и учетные ставки. | КР-2 | | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 3 |
| | Раздел 3. Потоки платежей. | | | | |
| | Тема 3.1. Финансовые ренты | | | | |
| 33,34,35,36 | Постоянная финансовая рента. | ТЛ-4 | | П.1.2.1.3 | |
| | Переменная финансовая рента. | | | | |

| | | | | | |
|-------------------|--|------|----|------|---|
| 37,38,39,40,41,42 | Практические занятия: Расчет приведенной стоимости потока платежей. Постоянные финансовые ренты, расчет их характеристик . Переменные финансовые ренты с постоянным абсолютным и с постоянным относительным приростом членов. | ПЗ-6 | ПК | | |
| 43,44 | Контрольная работа № 3: Финансовые ренты. | КР-2 | | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 6 |
| | Раздел 4. Измерители финансовой эффективности инвестиций | | | | |
| | Тема 4.1. Показатели эффективности и инвестиционного проекта | | | | |
| 45,46 | Чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности, | ТЛ-2 | | Гл.2 | |

| | | | | | |
|-------------------|--|------|----|------|---|
| | срок окупаемости, индекс доходности | | | | |
| | Свойства и взаимосвязь показателей эффективности и инвестиционного проекта | | | | |
| 47,48,49,50,51,52 | Практические занятия: Расчет показателей эффективности и инвестиционного проекта. | ПЗ-6 | ПК | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 6 |
| | Раздел 5. Риск и диверсификация | | | | |
| | Тема 5.1. Риск и диверсификация | | | | |
| 53,54 | Риск и способы его компенсации. Дисперсия дохода портфеля ценных бумаг как оценка риска | ТЛ-2 | | Гл.7 | |
| | Диверсификация как способ минимизации риска | | | | |

| | | | | | |
|-------------------|---|------|----|--|----|
| 55,56,57,58,59,60 | Практические занятия: Решение задач на анализ рисков | ПЗ-6 | ПК | | |
| | Самостоятельная работа | | | | 6 |
| | Зачет | | | | |
| | ИТОГО: | 60 | | | 30 |

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1.Снастин А.А. Основы финансовых вычислений. Учебное пособие. Тверь:ТФ МГЭИ, 2015 г.-42с.

2.Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. – М.: Дело, 2004. – 400 с. 3.Чернов В.П. Математические методы финансового анализа: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2005. – 218 с.

Дополнительные источники:

1. Малыхин В.И. Финансовая математика. – М.: ЮНИТИ, 2000.
2. Чернов В.П. Финансовый менеджмент: математические основы.- Сыктывкар: КРАГСИУ, 2001.
3. Капитоненко В.В. Финансовая математика и ее приложения. – М.: ПРИОР, 1998.
4. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. -М.: Фазис, 1998. Т.1,2.
5. Одинец В.П. Основы финансовой математики для предпринимателей. – Сыктывкар: Изд-во Коми пед. ин-та, 2008.- 111с.

в) программное обеспечение не предусмотрено.

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

4.1. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий , тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

| Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания) | Формы и методы контроля и оценки результатов обучения |
|---|--|
| Умения: | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| Знания: | |
| | |
| | |

| | |
|----------------------------------|--|
| | |
| | |
| | |
| | |
| Знание основ валютных вычислений | |

4.2. Средства контроля

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ТЕСТ 1. Сумма в размере 2'000 рублей дана в долг на 2 года по схеме простого процента под 10% годовых. Определить проценты и сумму, подлежащую возврату.

Решение:

Наращенная сумма:

$$FV = PV(I + n \cdot i) = 2'000 (1 + 2 \cdot 0'1) = 2'400 \text{ руб.}$$

или

$$FV = PV \cdot k_n = 2'000 \cdot 1,2 = 2'400 \text{ руб.}$$

Сумма начисленных процентов:

$$I = PV \cdot n \cdot i = 2'000 \cdot 2 \cdot 0,1 = 400 \text{ руб.}$$

или

$$I = FV - PV = 2'400 - 2'000 = 400 \text{ руб.}$$

Таким образом, через два года необходимо вернуть общую сумму в размере 2'400 рублей, из которой 2'000 рублей составляет долг, а 400 рублей – "цена долга".

ТЕСТ 2. Сумма 2 млн руб. положена в банк 18 февраля не високосного года и востребована 25 декабря того же года. Ставка банка составляет 35% годовых. Определить сумму начисленных процентов при различной практике их начисления.

Решение:

1. *Германская практика* начисления простых процентов:

Временная база принимается за 360 дней, $T = 360$.

Количество дней ссуды: вручную

$$\begin{aligned} t = & 11 \text{ (февраль)} + 30 \text{ (март)} + 30 \text{ (апрель)} + 30 \text{ (май)} + 30 \text{ (июнь)} + \\ & + 30 \text{ (июль)} + 30 \text{ (август)} + 30 \text{ (сентябрь)} + 30 \text{ (октябрь)} + \\ & + 30 \text{ (ноябрь)} + 25 \text{ (декабрь)} - 1 = 305 \text{ дней} \end{aligned}$$

Сумма начисленных процентов:

$$I = P \cdot t / T \cdot i = 2'000'000 \cdot 305/360 \cdot 0,35 = 593'055,55 \text{ руб.}$$

2. *Французская практика* начисления процентов:

Временная база принимается за 360 дней, $T = 360$.

Количество дней ссуды:

$$t = 11 \text{ (февраль)} + 31 \text{ (март)} + 30 \text{ (апрель)} + 31 \text{ (май)} + 30 \text{ (июнь)} + \\ + 31 \text{ (июль)} + 31 \text{ (август)} + 30 \text{ (сентябрь)} + 31 \text{ (октябрь)} + \\ + 30 \text{ (ноябрь)} + 25 \text{ (декабрь)} - 1 = 310 \text{ дней}$$

По таблицам порядковых номеров дней в году или вручную можно определить точное число дней финансовой операции следующим образом:

$$t = 359 - 49 = 310 \text{ дней.}$$

Сумма начисленных процентов:

$$I = P \cdot t / T \cdot i = 2'000'000 \cdot 310/360 \cdot 0,35 = 602'777,78 \text{ руб.}$$

3. *Английская практика* начисления процентов:

Временная база принимается за 365 дней, $T = 365$.

Количество дней ссуды берется точным, $t = 310$ дней.

Сумма начисленных процентов:

$$I = P \cdot t / T \cdot i = 2'000'000 \cdot 310/365 \cdot 0,35 = 594'520,55 \text{ руб.}$$

Как видно, результат финансовой операции во многом зависит от выбора способа начисления простых процентов. Поскольку точное число дней в большинстве случаев больше приближенного числа дней, то и проценты с точным числом дней ссуды обычно получаются выше процентов с приближенным числом дней ссуды.

ТЕСТ 3. Сумма в размере 2'000 долларов дана в долг на 2 года по ставке процента равной 10% годовых. Определить проценты и сумму, подлежащую возврату.

Решение:

Наращенная сумма

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n = 2'000 \cdot (1 + 0'1)^2 = 2'420 \text{ долларов}$$

или

$$FV = PV \cdot k_n = 2'000 \cdot 1,21 = 2'420 \text{ долларов,}$$

где $k_n = 1,21$ ([Приложение 2](#)).

Сумма начисленных процентов

$$I = FV - PV = 2'420 - 2'000 = 420 \text{ долларов. } \underline{6>>>}$$

Таким образом, через два года необходимо вернуть общую сумму в размере 2'420 долларов, из которой 2'000 долларов составляет долг, а 420 долларов – "цена долга".

ТЕСТ 4. Рассчитаем эффективную ставку для финансовой операции, рассмотренной в предыдущем примере, а также для вклада при ежемесячном начислении процентов по годовой ставке 10%.

Решение:

Эффективная ставка ежеквартального начисления процентов, исходя из 10% годовых, составит:

$$i = (1 + j / m)^m - 1 = (1 + 0,1 / 4)^4 - 1 = 0,1038.$$

Эффективная ставка ежемесячного начисления процентов будет равна:

$$i = (1 + j / m)^m - 1 = (1 + 0,1 / 12)^{12} - 1 = 0,1047.$$

Таким образом, годовая ставка, эквивалентная номинальной ставке процентов в размере 10% годовых при ежемесячном начислении процентов, составит 10,47% против 10,38% с ежеквартальным начислением процентов. Чем больше периодов начисления, тем быстрее

процесс наращивания.

ТЕСТ 5. Каковы будут эквивалентные номинальные процентные ставки с полугодовым начислением процентов и ежемесячным начислением процентов, если соответствующая им эффективная ставка должна быть равна 25%?

Решение:

Находим номинальную ставку для полугодового начисления процентов:

$$j = m[(1 + i)^{1/m} - 1] = 2[(1 + 0,25)^{1/2} - 1] = 0,23607.$$

Находим номинальную ставку для ежемесячного начисления процентов:

$$j = m[(1 + i)^{1/m} - 1] = 4[(1 + 0,25)^{1/12} - 1] = 0,22523.$$

Таким образом, номинальные ставки 23,61% с полугодовым начислением процентов и 22,52% с ежемесячным начислением процентов являются эквивалентными.

При выводе равенств, связывающих эквивалентные ставки, приравниваются друг к другу множители наращивания, что дает возможность использовать формулы эквивалентности простых и сложных ставок:

простая процентная ставка:

$$i = [(1 + j / m)^{m \cdot n} - 1] / n;$$

сложная процентная ставка:

ТЕСТ 6. Предполагается поместить капитал на 4 года либо под сложную процентную ставку 20% годовых с полугодовым начислением процентов, либо под простую процентную ставку 26% годовых. Найти оптимальный вариант.

Решение:

Находим для сложной процентной ставки эквивалентную простую ставку:

$$i = [(1 + j / m)^{m \cdot n} - 1] / n = [(1 + 0,2 / 2)^{2 \cdot 4} - 1] / 4 = 0,2859.$$

Таким образом, эквивалентная сложной ставке по первому варианту простая процентная ставка составляет 28,59% годовых, что выше предлагаемой простой ставки в 26% годовых по второму варианту, следовательно, выгоднее разместить капитал по первому варианту, т.е. под 20% годовых с полугодовым начислением процентов.

Находим эквивалентную сложную ставку процентов для простой

ставки

Таким образом, процентная ставка 18,64% годовых с полугодовым начислением процентов ниже 20% годовых с полугодовым начислением процентов, то первый вариант выгоднее.

ТЕСТ 7. Решено консолидировать два платежа со сроками 20.04 и 10.05 и суммами платежа 20 тыс. руб. и 30 тыс. руб. Срок консолидации платежей 31.05. Определить сумму консолидированного платежа при условии, что ставка равна 10% годовых.

Решение:

Определим временной интервал между сроками для первого платежа и консолидированного платежа: \gggg

$$t_1 = 11(\text{апрель}) + 31(\text{май}) - 1 = 41 \text{ день};$$

для второго платежа и консолидированного платежа:

$$t_2 = 22(\text{май}) - 1 = 21 \text{ день}.$$

Отсюда сумма консолидированного платежа будет равна:

$$\begin{aligned} FV_{об.} &= FV_1 \cdot (1 + t_1 / T \cdot i) + FV_2 \cdot (1 + t_2 / T \cdot i) = \\ &= 20'000 \cdot (1 + 41/360 \cdot 0,1) + 30'000 \cdot (1 + 21/360 \cdot 0,1) = 50'402,78 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Таким образом, консолидированный платеж со сроком 31.05 составит 50'402,78 руб.

ТЕСТ 8. Предлагается платеж в 45 тыс. руб. со сроком уплаты через 3 года заменить платежом со сроком уплаты через 5 лет. Найти новую сумму платежа, исходя из процентной ставки 12 % годовых.

Решение:

Поскольку $n_{об.} > n_1$, то платеж составит:

$$FV_{об.} = FV_1 (1 + i)^{n_{об.} - n_1} = 45'000 (1 + 0,12)^{5-3} = 56'448 \text{ руб.}$$

Таким образом, в новых условиях финансовой операции будет предусмотрен платеж 56'448 руб.

ТЕСТ 9. Через 150 дней с момента подписания контракта необходимо уплатить 310 тыс. руб., исходя из 8% годовых и временной базы 360 дней. Определить первоначальную сумму долга.

Решение:

Поскольку срок ссуды менее года, то используем формулу простых процентов:

$$\begin{aligned}PV &= FV \cdot 1 / (1 + t / T \cdot i) = \\ &= 310'000 \cdot 1 / (1 + 150 / 360 \cdot 0,08) = 300'000 \text{ руб.} \\ PV &= FV \cdot k_{\delta} = 310'000 \cdot 0,9677419 = 300'000 \text{ руб.}\end{aligned}$$

Таким образом, первоначальная сумма долга составила 300 тыс. руб., а проценты за 150 дней – 10 тыс. руб.

Для сложных процентов

$$PV = FV \cdot (1 + i)^{-n} = FV \cdot k_{\delta},$$

где k_{δ} – дисконтный множитель для сложных процентов.

Если начисление процентов производится m раз в год, то формула примет вид:

$$PV = FV \cdot (1 + j / m)^{-m \cdot n}.$$

ТЕСТ 10. Через два года фирме потребуется деньги в размере 30 млн руб., какую сумму необходимо сегодня поместить в банк, начисляющий 25% годовых, чтобы через 2 года получить требуемую сумму?

Решение:

Поскольку срок финансовой операции составляет более года, что используем формулу приведения для сложных процентов:

$$PV = FV \cdot 1 / (1 + i)^n = \\ = 30'000'000 \cdot 1 / (1 + 0,25)^2 = 19'200'000 \text{ руб.}$$

или

$$PV = FV \cdot k_0 = 30'000'000 \cdot 0,6400000 = 19'200'000 \text{ руб.}$$

Таким образом, фирме следует разместить на счете 19'200'000 руб. под 25% годовых, чтобы через два года получить желаемые 30'000'000 руб.

Современная величина и процентная ставка, по которой проводится дисконтирование, находятся в обратной зависимости: чем выше процентная ставка, тем при прочих равных условиях меньше современная величина.

ТЕСТ 11. Вексель выдан на 5'000 руб. с уплатой 17 ноября, а владелец учел его в банке 19 августа по учетной ставке 8%. Определить сумму, полученную предъявителем векселя и доход банка при реализации дисконта.

Решение:

Для определения суммы при учете векселя рассчитываем число дней, оставшихся до погашения обязательств:

$$t = 13 \text{ (август)} + 30 \text{ (сентябрь)} + 31 \text{ (октябрь)} + 17 \text{ (ноябрь)} - 1 = 90 \text{ дней.}$$

Отсюда, определяемая сумма:

$$PV = FV \cdot (1 - t / T \cdot d) = 5'000 \cdot (1 - 90 / 360 \cdot 0,08) = 4'900 \text{ руб.}$$

Тогда дисконт составит:

$$D = FV - PV = 5'000 - 4'900 = 100 \text{ руб.}$$

или

$$D = FV \cdot t / T \cdot d = 5'000 \cdot 90 / 360 \cdot 0,08 = 100 \text{ руб.}$$

Следовательно, предъявитель векселя получит сумму 4'900 руб., а банк при наступлении срока векселя реализует дисконт в размере 100 руб.

- по сложной учетной ставке:

$$PV = FV \cdot (1 - d)^n$$

При использовании сложной учетной ставки процесс дисконтирования происходит с прогрессирующим замедлением, т.к. учетная ставка каждый раз применяется к уменьшаемой на величину дисконта величине.

ТЕСТ 12. Определить величину суммы, выдаваемую заемщику, если он обязуется вернуть ее через два года в размере 55 тыс. руб. Банк определяет свой доход с использованием годовой учетной ставки 30%.

Решение:

Используя формулу дисконтирования по сложной учетной ставке, определяем:

$$PV = FV \cdot (1 - d)^n = 55'000 \cdot (1 - 0,3)^2 = 26'950 \text{ руб.}$$

Заемщик может получить ссуду в размере 26'950 руб., а через два года вернет 55 тыс. руб.

Объединение платежей можно производить и на основе учетной ставки, например, при консолидировании векселей. В этом случае, сумма консолидированного платежа рассчитывается по следующей формуле:

$$FV_{об} = \sum FV_j \cdot (1 - d \cdot t_j)^{-1},$$

где t_j – интервал времени между сроками векселей.

ТЕСТ 13. Вексель на сумму 10 тыс. руб. со сроком погашения 10.06, а также вексель на сумму 20 тыс. руб. со сроком погашения 01.08 заменяются одним с продлением срока до 01.10. При объединении векселей применяется учетная ставка 25%. Определить сумму консолидированного векселя.

Решение:

Для использования формулы консолидированного платежа необходимо определить срок пролонгации векселей:

$$t_1 = 21 \text{ (июнь)} + 31 \text{ (июль)} + 31 \text{ (август)} + 30 \text{ (сентябрь)} + 1 \text{ (октябрь)} - 1 = 113 \text{ дней,}$$
$$t_2 = 31 \text{ (август)} + 30 \text{ (сентябрь)} + 1 \text{ (октябрь)} - 1 = 61 \text{ день.}$$

Тогда, сумма консолидированного векселя:

$$FV_o = \Sigma FV_j \cdot (1 - d \cdot t_j)^{-1} =$$
$$= 10'000 \cdot (1 - 113 / 360 \cdot 0,25)^{-1} + 20'000 \cdot (1 - 61 / 360 \cdot 0,25)^{-1} =$$
$$= 31'736 \text{ руб.}$$

Таким образом, сумма консолидированного векселя с датой погашения 01.10 составит 31'736 руб.

В том случае, когда учету подлежит долговое обязательство, по которому предусматривается начисление процентов, происходит совмещение начисления процентов по процентной ставке и дисконтирования по учетной ставке:

$$PV_2 = PV_1 \cdot (1 + n_1 \cdot i) \cdot (1 - n_2 \cdot d),$$

где PV_1 – первоначальная сумма долга;

PV_2 – сумма, получаемая при учете обязательства;

n_1 – общий срок платежного обязательства;

n_2 – срок от момента учета до погашения.

ТЕСТ 14. Обязательство уплатить через 100 дней сумму долга в размере 50 тыс. руб. с начисляемыми на нее точными процентами по ставке 40%, было учтено за 25 дней до срока погашения по учетной ставке 25%. Определить сумму, полученную при учете обязательства.

Решение:

Следует обратить внимание на различие временных баз, используемых при наращении и учете:

$$\begin{aligned}PV_2 &= PV_1 \cdot (1 + n_1 \cdot i) \cdot (1 - n_2 \cdot d) = \\ &= 50'000 \cdot (1 + 100 / 365 \cdot 0,4) \cdot (1 - 25 / 360 \cdot 0,25) = 54'516 \text{ руб.}\end{aligned}$$

Следовательно, сумма, получаемая при учете данного обязательства, составит 54'516 руб.